

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2021/22 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:

n.º:

1. (3 val) Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Todos os cubos, exceto o **c**, estão entre dois blocos.

b) Não há blocos maiores do que um certo tetraedro.

c) Objetos que estejam na mesma linha do dodecaedro **a** ou não são cubos ou são grandes.

d) Dois blocos só estão na mesma coluna se nenhum for um tetraedro.

e) Todos os blocos estão ao lado de um outro, mas nenhum está ao lado de todos os outros.

f) Se um bloco está entre dois outros, então estes dois estão em linhas diferentes.

2. (3 val) Considerando a linguagem dos Mundos de Tarski (num tabuleiro de 3×3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\forall x \forall y \forall z (\text{Between}(x, y, z) \rightarrow \text{SameShape}(y, z))$

2. $\text{Dodec}(a) \wedge \exists x \exists y \text{ Between}(x, a, y)$

3. $\exists x \exists y \exists z (\text{Tet}(x) \wedge \text{Between}(z, x, y))$

4. $\neg \exists x (\text{FrontOf}(x, a) \wedge \neg \exists x \text{ LeftOf}(x, a))$

5. $\forall x \forall y ((\text{Tet}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{SameCol}(x, y))$

6. $\forall x \forall y \forall z (\text{Between}(x, y, z) \rightarrow \text{Cube}(x))$

3. (4 val) Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\exists x \ (Cube(x) \wedge \forall y \ SS(x, y))$	
2	$\forall x \ (Tet(x) \rightarrow \exists y \ \neg SS(x, y))$	
3	$\forall x \forall y \forall z \ ((SS(x, y) \wedge SS(x, z)) \rightarrow SS(y, z))$	
4		
5	$Tet(b)$	
6		Elim $\forall : 2$
7	$\exists y \ \neg SS(b, y)$	
8	$c: Cube(c) \wedge \forall y \ SS(c, y)$	
9		Elim $\wedge : 8$
10	$\forall y \ SS(c, y)$	Elim $\forall : 10$
11		Intr $\wedge : 11, 12$
12	$SS(c, a)$	Elim $\forall : 3$
13	$SS(c, b) \wedge SS(c, a)$	Elim $\rightarrow : 13, 14$
14	$(SS(c, b) \wedge SS(c, a)) \rightarrow SS(b, a)$	
15	$SS(b, a)$	Elim $\exists : 7, 9 - 16$
16	\perp	
17	\perp	Intr $\neg : 5 - 18$
18	\perp	
19.		
20	$\forall x \ \neg Tet(x)$	

4. (3 val) Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1.	$\forall x \ (Cube(x) \rightarrow Small(x))$	
2.	$\exists x \ \neg Small(x)$	
3.	$\exists x \ Cube(x)$	
4.	$a: Cube(a)$	
5.	$Cube(a) \rightarrow Small(a)$	Elim $\forall : 1$
6.	$Small(a)$	Elim $\rightarrow : 4, 5$
7.	$\exists y \ Small(y)$	Intr $\exists : 6$
8.	\perp	Intr $\perp : 2, 7$
9.	\perp	Reit : 8
10.	$\neg \exists x \ Cube(x)$	Intr $\perp : 3 - 9$

a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

Erros:

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x (\neg \text{Cube}(x) \vee \text{Small}(x))$
2	$\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \text{Medium}(x))$
3	$\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \neg \text{Dodec}(x))$

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- $\forall x (\text{Large}(x) \vee \text{Medium}(x) \vee \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Medium}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Large}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Medium}(x) \wedge \text{Small}(x))$
- $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Cube}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$
- $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Dodec}(x))$

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\neg \exists x \exists y \text{LeftOf}(x, y)$
2	$\forall x \forall y ((\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \text{LeftOf}(x, y))$

$\exists x \text{Cube}(x) \rightarrow \neg \exists y \text{Tet}(y)$