Lógica Computacional

Demonstrações de alguns Teoremas em DN

Conversão entre Implicações e Disjunções

Negações e Implicações

Negações e Equivalências

Implicações Triviais

- Implicação Trivial $\{ B \} \mid -A \rightarrow B$

```
1 B
2 A
3 B
4 A → B
```

Reit : 1

Intr \rightarrow : 2-3

Implicação Trivial $\{\neg A \} \mid \neg A \rightarrow B$

Intr ⊥ : 1,2

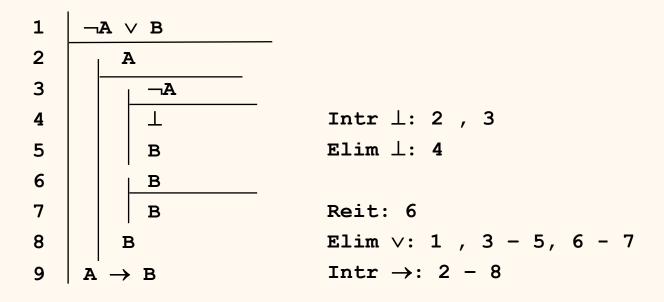
 $\mathtt{Elim} \perp : \ 3$

Intr \rightarrow : 2-4

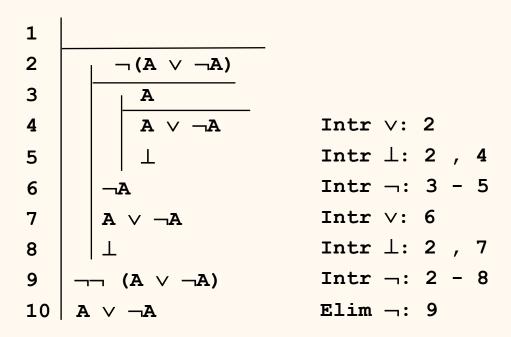
- Conversão $\{ A \rightarrow B \} | - \neg A \lor B$

```
1
     A \rightarrow B
          \neg (\neg A \lor B)
             \neg A
                                 Intr v: 3
4
            \neg A \lor B
                                 Intr ⊥: 2 , 4
5
                                 Intr ¬: 3 - 5
6
7
                                 Elim ¬: 6
8
         В
                                 Elim \rightarrow: 1 , 7
                                 Intr v: 8
         \neg A \lor B
                                 Intr ⊥: 2 , 9
10
                                 Intr ¬: 2 − 10
11
     \neg\neg (\negA \vee B)
                                Elim ¬: 11
     \neg A \lor B
```

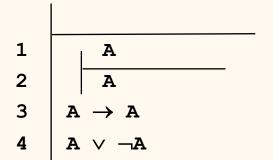
- Conversão $\{\neg A \lor B\} \mid - A \to B$



- Meio Excluído { } | - A ∨ ¬A



- Meio Excluído { } | - A ∨ ¬A

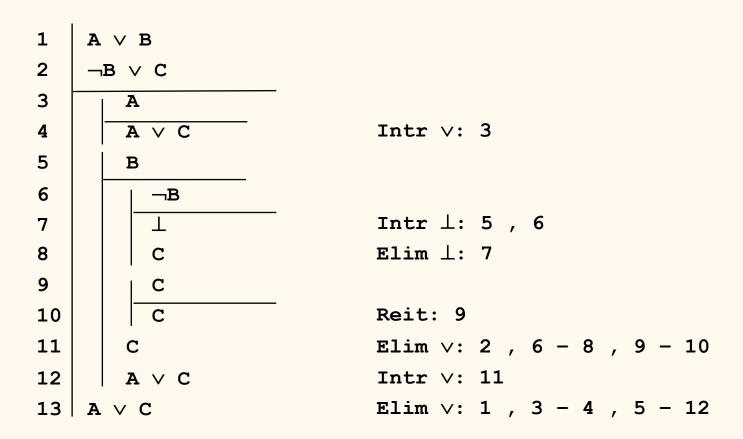


Reit: 1

Intr \rightarrow : 1 - 2

Conversão: 3

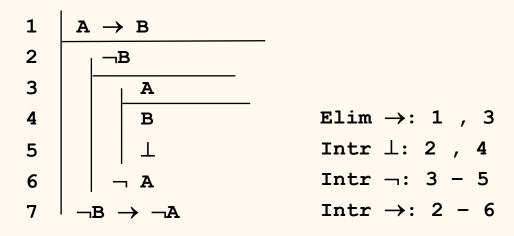
- Resolução { A ∨ B, ¬B ∨ C } |- A ∨ C



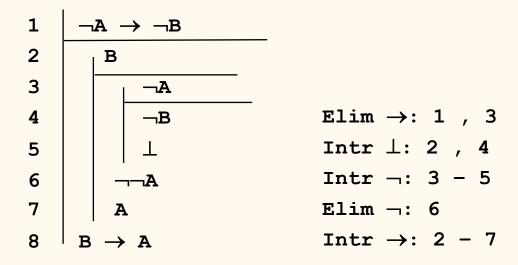
- Resolução { A ∨ B, ¬B ∨ C } |- A ∨ C

```
1
      A \vee B
2
      \neg B \lor C
                                            Conversão: 1
      \neg A \rightarrow B
                                            Conversão: 2
4
       B \rightarrow C
5
           \neg A
                                            Elim \rightarrow: 3 , 5
6
           В
                                            Elim \rightarrow: 4 , 6
7
           C
                                             Intr \rightarrow: 5 - 7
8
      \neg A \rightarrow C
                                            Conversão: 8
      A \lor C
```

- Contrapositiva \rightarrow { A \rightarrow B } | - \neg B \rightarrow \neg A



- Contrapositiva \rightarrow { $\neg A \rightarrow \neg B$ } | - B \rightarrow A

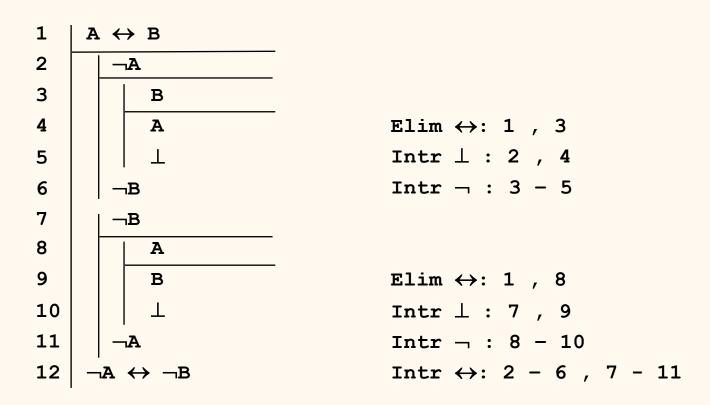


```
- Negação →
                                     \{\neg (A \rightarrow B) \} \mid \neg A \land \neg B
     \neg (A \rightarrow B)
        В
3
             Α
4
             В
                              Reit : 2
5
        A \rightarrow B
                              Intr \rightarrow: 3 - 4
6
                              Intr ⊥: 1 , 5
                              Intr ¬: 2 - 6
7
     \neg B
8
        \neg A
9
             A
                               Intr ⊥: 8 , 9
10
11
                              Elim \perp: 10
             В
12
        A \rightarrow B
                              Intr \rightarrow: 9 - 11
13
                              Intr ⊥: 1 , 12
                              Intr ¬: 8 − 13
14
     \neg\neg A
15
                              Elim ¬: 14
     Α
16
                              Intr ∧: 7 , 15
     A \wedge \neg B
```

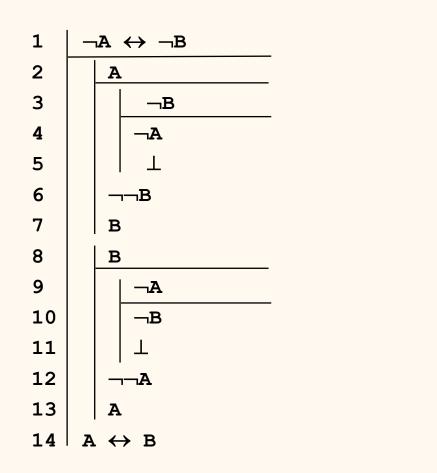
$$\{A \land \neg B\} \mid \neg (A \rightarrow B)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
1 & A & \wedge & \neg B \\
2 & A & \rightarrow & B \\
3 & A \\
4 & B \\
5 & \neg B \\
6 & \bot \\
7 & \neg (A \rightarrow B)
\end{array}$$

- Contrapositiva \leftrightarrow { A \leftrightarrow B } | - \neg A \leftrightarrow \neg B



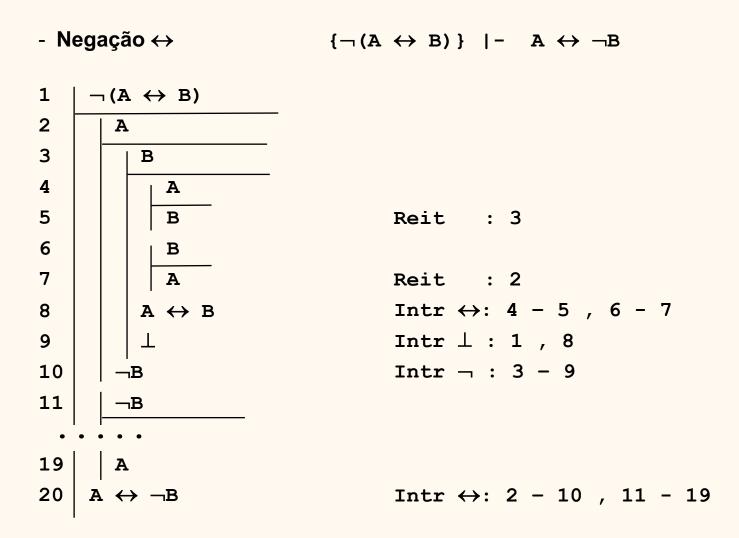
- Contrapositiva \leftrightarrow { $\neg A \leftrightarrow \neg B$ } | - A \leftrightarrow B



```
Elim ↔: 1 , 3
Intr ⊥ : 2 , 4
Intr ¬ : 3 - 5
Elim ¬ : 6

Elim ↔: 1, 9
Intr ⊥ : 8 , 10
Intr ¬ : 9 - 11
Elim ¬ : 12
```

Intr \leftrightarrow : 2 - 7 , 8 - 13



- Negação ↔ $\{A \leftrightarrow \neg B\} \mid \neg \neg (A \leftrightarrow B)$ $A \leftrightarrow \neg B$ 2. $A \leftrightarrow B$ 3. Α Elim \leftrightarrow : 2 , 3 4. В Elim \leftrightarrow : 1 , 3 5. $\neg B$ Intr ⊥: 4 , 5 6. Intr ¬: 3 − 6 7. $\neg \mathbf{A}$ 8. В Elim \leftrightarrow : 2 , 8 9. Α Intr ⊥ : 7 , 9 10. Intr ¬: 8 - 10 11. $\neg B$ Elim \leftrightarrow : 1 , 11 12. A Intr \perp : 7 , 12 13. Intr ¬ : 2 - 13 $14. \neg (A \leftrightarrow B)$

Teoremas relacionando Equivalências e Negações

- Encadeamento de Equivalências

$$\{ A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C) \} \mid \neg A \leftrightarrow (B \leftrightarrow \neg C)$$

```
1
        A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)
        \neg A \leftrightarrow \neg (B \leftrightarrow C)
                                                                        Contrapositiva \leftrightarrow: 1
            ¬ A
                                                                        Elim \leftrightarrow: 2 , 3
4
          \neg ( B \leftrightarrow C)
                                                                        Negação \leftrightarrow: 4
5
           B \leftrightarrow \neg C
           B \leftrightarrow \neg C
                                                                        Negação \leftrightarrow: 6
            \neg ( B \leftrightarrow C)
           Elim \leftrightarrow: 2 , 7
                                                                        Intr \leftrightarrow: 3 - 5 , 6 - 8
        \neg A \leftrightarrow (B \leftrightarrow \neg C)
```

Teoremas relacionando Equivalências e Negações

- Encadeamento de Equivalências

$$\{\neg A \leftrightarrow (B \leftrightarrow \neg C) \} \mid \neg A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$$

```
1
        \neg A \leftrightarrow (B \leftrightarrow \neg C)
        A \leftrightarrow \neg (B \leftrightarrow \neg C)
                                                                          Contrapositiva \leftrightarrow: 1
             Α
                                                                          Elim \leftrightarrow: 2 , 3
4
            \neg ( B \leftrightarrow \neg C)
                                                                          Negação \leftrightarrow: 4
5
           B \leftrightarrow C
            B \leftrightarrow C
                                                                          Negação \leftrightarrow: 6
           \neg ( B \leftrightarrow \negC)
8
           Α
                                                                          Elim \leftrightarrow: 2 , 7
                                                                          Intr \leftrightarrow: 3 - 5 , 6 - 8
9
        A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)
```