Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2020/21 – 3.º Teste de Avaliação (sem Consulta)

Nome:	**n.º:**

1. **(3 val)** Considerando os predicados da linguagem do Mundo de Tarski, traduza para essa linguagem as seguintes proposições

a) Existe um bloco maior que alguns tetraedros, mas não de todos.

b) Os únicos tetraedros grandes são os que têm dodecaedros à sua frente.

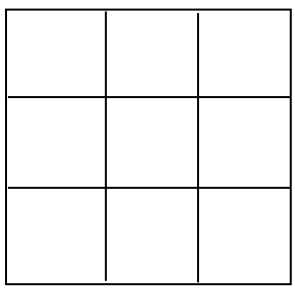
c) Existem pelo menos dois blocos atrás de um dos cubos.

d) Todos os dodecaedros têm o tamanho de um dos blocos que está à sua esquerda (deles).

f) Blocos que estejam ao lado um do outro, só são cubos se forem pequenos.

2. **(3 val)** Considerando a linguagem dos Mundos de Tarski (num tabuleiro de 3 × 3 casas), desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes proposições:

1. $\exists x\ (\mathrm{Dodec}(x) \land \forall y\ (\mathrm{Tet}(y) \rightarrow (\mathrm{SameRow}(x,y) \lor \mathrm{SameCol}(x,y))))$
2. $\exists x\ (\mathrm{Cube}(x) \land \exists y\ \exists z\ (\mathrm{Between}(x,y,z))$
3. $\exists x\ (\mathrm{Dodec}(x) \land \neg \exists y\ \mathrm{FrontOf}(y,x))$
4. $\forall x\ (\neg \mathrm{Tet}(x) \land \neg \mathrm{Dodec}(x)) \rightarrow x = c)$
5. $\exists x\ (\mathrm{Tet}\ (x) \land \forall y\ (x \neq y \rightarrow \mathrm{RightOf}(y,x)))$
6. $\forall x\ \forall y\ (\exists z\ \mathrm{Between}(z,x,y) \rightarrow \mathrm{Tet}(x))$



3. **(4 val)** Preencha as caixas assinaladas para completar a demonstração no sistema de Dedução Natural

1	∀x (Cube(x) → ∃y ∃z Between(x,y,z))	
2	∃x ∃y ∃z Between(x,y,z) → ∀w Large(w)	
3	∃x ¬Large(x)	
4	c:	
5	Cube(c)	
6		Elim ∀ : 1
7	∃y ∃z Between(c,y,z)	
8	a, b: Between(c,a,b)	
9		Intr ∃ : 8
10		
11	∀w Large(w)	Elim → : 2, 10
12		
13	Large(d)	Elim ∀ : 11
14	⊥	Intr ⊥ : 12 , 13
15	⊥	
16		Intr ¬ : 5 - 15
17	∀x ¬ Cube(x)	
18	∃x ¬ Large(x) → ∀x ¬ Cube(x)	

4. **(3 val)** Considere o seguinte argumento usando a linguagem de Tarski, e a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1.	∃x (Cube(x) ∧ ¬ Small(x))	
2.	¬ ∀y (¬ Cube(y) ∨ ¬ Small(y))	
3.	a:	
4.	Cube(a) ∧ ¬ Small(a)	Elim ∃ : 1
5.	¬ Small(a)	Elim ∧ : 4
6.	¬ Cube(a) ∨ ¬ Small(a)	Intr ∨ : 5
7.	∀x (¬ Cube(x) ∨ ¬ Small(x))	Intr ∀ : 3 - 6
8.	⊥	Intr ⊥ : 2, 7
9.	∃x ∃y BackOf(x,y)	Intr ⊥ : 8

a) Indique todos os erros da demonstração acima, justificando.

Erros:

b) Apresente no quadro em baixo um contraexemplo que mostre que o argumento não é válido.

5. (2 val) O seguinte argumento é válido analiticamente nos Mundos de Tarski.

1	$\forall x$ (Dodec(x) $\rightarrow$ Small(x))
2	$\exists x$ ($\neg$ Cube(x) $\wedge$ Large(x))
3	$\exists x$ (Tet(x) $\wedge$ $\neg$ Medium(x))

Assinale em baixo, quais os axiomas de Tarski que seria necessário utilizar explicitamente como premissas para que o argumento fosse válido logicamente (válido-FO).

Nota: 2 respostas erradas cancelam uma resposta certa, mas a classificação da questão nunca será negativa.

- ☐ $\forall x$ (Large(x) $\vee$ Medium(x) $\vee$ Small(x))
- ☐ $\neg$ $\exists x$ (Large(x) $\wedge$ Medium(x))
- ☐ $\neg$ $\exists x$ (Large(x) $\wedge$ Small(x))
- ☐ $\neg$ $\exists x$ (Medium(x) $\wedge$ Small(x))
- ☐ $\forall x$ (Tet(x) $\vee$ Cube(x) $\vee$ Dodec(x))
- ☐ $\neg$ $\exists x$ (Tet(x) $\wedge$ Cube(x))
- ☐ $\neg$ $\exists x$ (Tet(x) $\wedge$ Dodec(x))
- ☐ $\neg$ $\exists x$ (Cube(x) $\wedge$ Dodec(x))

6. (5 val) Valide o seguinte argumento apresentando a respetiva demonstração no sistema de Dedução Natural.

1	$\exists x$ $\neg$ $\forall y$ SameRow(x,y)
2	$\forall x$ $\forall y$ (SameSize(x,y) $\rightarrow$ SameRow(x,y))
	$\neg$ $\forall x$ $\forall y$ SameSize(x,y)