

Lógica Computacional

Duração: 1h

Época de 2018 / 19 – 1º Teste de Avaliação (sem Consulta)

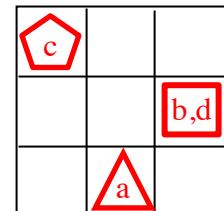
Nome:

nº:

1. (2.5 val) Considere os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski (com um tabuleiro de 3×3 casas)

a) Desenhe um mundo (em 2D) em que sejam verdadeiras as seguintes fórmulas

1. $\text{FrontOf}(a, b) \wedge \text{LeftOf}(a, b) \wedge \text{SameCol}(b, d)$
2. $\text{FrontOf}(b, c) \wedge \text{LeftOf}(c, a) \wedge \text{SameRow}(b, d)$
3. $\neg(\text{SameShape}(a, b) \vee \text{SameShape}(b, c)) \wedge \neg \text{Tet}(c)$
4. $(\text{Tet}(a) \wedge \text{Dodec}(c)) \vee (\text{Tet}(c) \wedge \text{Dodec}(a))$

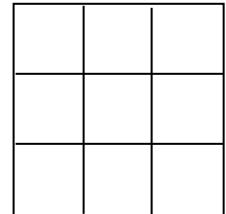


b) Verifique se a fórmula $\text{FrontOf}(f, a)$ é satisfazível em conjunto com as anteriores. Se sim indique uma adaptação do mundo em que todas as fórmulas sejam satisfeitas, e se essa adaptação é única; caso contrário explique sucintamente porquê.

A fórmula não é satisfazível.

Num tabuleiro com 3 casas, estando o bloco **a** à frente do bloco **b** e este à frente do bloco **c**, então o bloco **a** tem de estar na fila da frente.

Assim sendo, o bloco **f** não poderá ficar à frente do bloco **a**.



2. (2.0 val) Traduza as seguintes frases para fórmulas na linguagem do Mundo de Tarski.

a) Os blocos **a**, **b** e **c** têm todos formas diferentes.

$$\neg \text{SameShape}(a, b) \wedge \neg \text{SameShape}(a, c) \wedge \neg \text{SameShape}(b, c)$$

b) É falso que um dos blocos **a** ou **b** seja grande.

$$\neg (\text{Large}(a) \vee \text{Large}(b))$$

c) Os blocos **d** e **f** não estão na mesma posição.

$$\neg \text{SameRow}(d, f) \vee \neg \text{SameCol}(d, f)$$

d) Um dos blocos **a** e **b** está à frente do bloco **c**, e o outro está atrás.

$$(\text{FrontOf}(a, c) \vee \text{FrontOf}(b, c)) \wedge (\text{BackOf}(a, c) \vee \text{BackOf}(b, c))$$

3. (3.0 val) Considere as seguintes frases

- O carro do Rui é novo, mas o da Ana não.
- O carro do Rui custou 10000€ e foi mais caro que o da Ana.
- A Ana conhece a autoestrada A1, mas a Sara não.
- Os carros da Ana e da Elsa foram registados no mesmo ano.

a) Apresente uma assinatura $\Sigma = \langle NP, NF \cup NF_o \rangle$ de uma linguagem de 1ª ordem que lhe permita escrever fórmulas de 1ª ordem correspondentes

$NF_o: Constantes$	$NF_i: Funções$	$NP: Predicados$
ana, rui, sara, elsa, autoEstradaA1, 10000	carroDe /1 custoDe/1 anoRegisto/1	SerNovo/1 Conhece/2 =/2, >/2

b) Traduza para fórmulas de 1ª ordem as frases acima indicadas:

i) O carro do Rui é novo, mas o da Ana não.

$\text{SerNovo}(\text{carroDe}(\text{rui})) \wedge \neg \text{SerNovo}(\text{carroDe}(\text{ana}))$

ii) O carro do Rui custou 10000€ e foi mais caro que o da Ana.

$\text{custoDe}(\text{carroDe}(\text{rui})) = 10000 \wedge \text{custoDe}(\text{carroDe}(\text{rui})) > \text{custoDe}(\text{carroDe}(\text{ana}))$

iii) A Ana conhece a autoestrada A1, mas a Sara não.

$\text{Conhece}(\text{ana}, \text{autoEstradaA1}) \wedge \neg \text{Conhece}(\text{sara}, \text{autoEstradaA1})$

iv) Os carros da Ana e da Elsa foram registados no mesmo ano.

$\text{anoRegisto}(\text{carroDe}(\text{ana})) = \text{anoRegisto}(\text{carroDe}(\text{elsa}))$

4. (3.0 val) a) Indique no quadro (com V, P e F, respectivamente) se, nos diferentes níveis de análise (Tautológico – TT, Lógico – FO e Analítico – TW) as fórmulas abaixo são Verdades, meras Possibilidades ou Falsidades.

Nota 1: Uma Verdade deve ser indicada com **V** e não com **P** (embora o seja).

Nota 2: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação nesta pergunta não pode ser negativa.

$\text{Cube}(\text{a}) \wedge \text{Tet}(\text{b}) \wedge \text{a} = \text{b}$
 $(\neg \text{Cube}(\text{a}) \vee \text{Cube}(\text{b})) \vee \text{a} \neq \text{b}$
 $\text{Dodec}(\text{a}) \wedge \neg \text{Dodec}(\text{a}) \wedge \text{LeftOf}(\text{a}, \text{b})$

TT	FO	TW
P	P	F
P	V	V
F	F	F

b) Indique, se houver, uma proposição P-FO que seja V-TT. Caso contrário escreva impossível

Impossível

5. (2.0 val) Para os argumentos abaixo, indique se são válidos, justificando informalmente a resposta.

a) Em geral, um bilhete de avião é tanto mais caro quanto maior for a distância entre a origem e o destino da viagem. As companhias *low cost* têm sempre preços mais baratos que as outras companhias se os bilhetes forem comprados com grande antecedência. Assim sendo, se viajar no Natal, o custo de um bilhete numa companhia *low cost* entre Lisboa e Paris é mais barato que um da TAP entre Lisboa e Bruxelas.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: O argumento não é válido, apesar da conclusão ser provavelmente verdadeira.

Por um lado, Paris é mais perto que Bruxelas e por isso um bilhete para Paris deve ser mais barato, em geral. Por outro lado, um vôo *low cost* deve ser mais barato do que numa companhia como a TAP, especialmente se for comprado com antecedência.

E, no entanto, apesar de ser uma viagem mais curta e numa companhia *low cost*, não é garantido que o bilhete para Paris seja mais barato, já que ambos os critérios (viagem mais curta e companhia *low cost*) apenas garantem que, em geral, o preço será mais barato, especialmente se o bilhete for comprado com antecedência. Mas pode-se dar o caso da TAP estar a fazer uma promoção de Natal, situação em que um bilhete nesta companhia poderá ser mais barato que um bilhete *low cost*, comprado sem antecedência. Neste caso, ambas as premissas são verdadeiras mas a conclusão é falsa, pelo que o argumento não é válido.

b) Algumas companhias aéreas permitem levar bagagem de porão sem qualquer custo adicional até um certo peso (por exemplo 23 kg), ao contrário do que acontece na generalidade dos casos em que se tem de pagar a bagagem de porão. A compra de dois bilhetes no mesmo site nas mesmas condições (data de compra, data da viagem, companhia, seguros, etc...) tem o mesmo custo. O João comprou dois bilhetes, para si e para a Maria, nas mesmas condições, excepto por ter registado uma bagagem de porão para si. Logo, o bilhete dele não foi mais barato do que o da Maria.

Argumento Válido ? Sim: Não:

Justificação: O argumento é válido.

Se o bilhete fosse comprado exatamente nas mesmas condições deveria ter o mesmo preço. Mas a única diferença entre os bilhetes é a bagagem de porão associada ao bilhete do João. A bagagem de porão geralmente torna o bilhete mais caro, mas pode não agravar o preço. O que nunca acontece é tornar o bilhete mais barato.

Assim sendo, o bilhete do João não poderá ter sido mais barato.

6. (2.0 val) Considerando os mundos e a linguagem do Mundo de Tarski, indique (com S para sim e N para não) se os seguintes argumentos são válidos tautologicamente (Val-TT), logicamente (Val-FO) e/ou analiticamente nos mundos de Tarski (Val-TW).

Nota: 3 respostas erradas na tabela eliminam uma correcta. A classificação da pergunta não pode ser negativa.

{Premissa 1, ..., Premissa n } \models Conclusão

{ Cube(a) , a = b } \models Cube(b)
{ Cube(a) , Cube(b) } \models a \neq b
{ Cube(a) , Tet(b) } \models \neg SameShape(a,b)

Val-TT	Val-FO	Val-TW
N	S	S
N	N	N
N	N	S

7. (2,5 val) a) Preencha a tabela de verdade relativa às fórmulas P1 e P2 abaixo indicadas

P1: $(\neg A \wedge B) \vee C$ e P2: $(\neg A \vee C) \wedge B$

A	B	C	$(\neg A \wedge B) \vee C$	$(\neg A \vee C) \wedge B$
V	V	V	F F	V
V	V	F	F F	F
V	F	V	F F	V
V	F	F	F F	F
F	V	V	V V	V
F	V	F	V V	V
F	F	V	V F	V
F	F	F	V F	F

b) Com base na tabela assinale na caixa e justifique qual a relação *tautológica* entre P1 e P2

P1 é consequência de P2

P2 é consequência de P1

P1 e P2 são Equivalentes

Nenhuma das anteriores

Justificação:

Existem duas interpretações ($\{A=V, B=F, C=V\}$ e $\{A=F, B=F, C=V\}$) que tornam a fórmula P1 verdadeira mas P2 falsa. Logo P2 não é consequência tautológica de P1.

Por outro lado, em todas as interpretações que tornam P2 verdadeira (isto é, quando $\{A=V, B=V, C=V\}$, $\{A=F, B=V, C=V\}$ ou $\{A=F, B=V, C=F\}$), P1 também é verdadeira, pelo que P1 é uma consequência tautológica de P2.

8. (3,0 val) Converta a fórmula seguinte (com chavetas e parênteses retos para aumentar a legibilidade) para uma das formas normais conjuntiva (CNF) ou disjuntiva (DNF), simplificando-as da forma mais conveniente:

$$\neg \{ [A \vee (A \wedge B)] \vee [B \vee \neg((A \vee B) \vee C)] \}$$

$$\neg \{ [A \vee (A \wedge B)] \vee [B \vee \neg((A \vee B) \vee C)] \}$$

$$1 \Leftrightarrow \neg \{ A \vee [B \vee \neg((A \vee B) \vee C)] \} \quad \text{Eliminação}$$

$$2 \Leftrightarrow \neg \{ (A \vee B) \vee \neg((A \vee B) \vee C) \} \quad \text{Associação}$$

$$3 \Leftrightarrow \neg \{ (A \vee B) \vee (\neg(A \vee B) \wedge \neg C) \} \quad \text{de Morgan}$$

$$4 \Leftrightarrow \neg (A \vee B) \vee \neg C \quad \text{Absorção}$$

$$5 \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B \wedge C \quad \text{de Morgan}$$

Esta fórmula já está na forma CNF (conjunção de 3 cláusulas com 1 literal cada), não podendo ser simplificada.

De igual forma já está em DNF (1 só monómio com 3 literais) não podendo ser simplificada.

Resolução Alternativa

$$\neg \{ [A \vee (A \wedge B)] \vee [B \vee \neg((A \vee B) \vee C)] \}$$

$$\neg \{ [A \vee (A \wedge B)] \vee [B \vee \neg((A \vee B) \vee C)] \}$$

$$1 \Leftrightarrow \neg [A \vee (A \wedge B)] \wedge \neg [B \vee \neg((A \vee B) \vee C)] \quad \text{de Morgan}$$

$$2 \Leftrightarrow [\neg A \wedge \neg (A \wedge B)] \wedge [\neg B \wedge \neg \neg((A \vee B) \vee C)] \quad \text{de Morgan}$$

$$3 \Leftrightarrow [\neg A \wedge \neg (A \wedge B)] \wedge [\neg B \wedge ((A \vee B) \vee C)] \quad \text{Dupla Negação}$$

$$4 \Leftrightarrow [\neg A \wedge (\neg A \vee \neg B)] \wedge [\neg B \wedge ((A \vee B) \vee C)] \quad \text{de Morgan}$$

Esta fórmula (a menos de Associação) já está na forma CNF mas pode ser simplificada.

$$5 \Leftrightarrow [(\neg A \vee 0) \wedge (\neg A \vee \neg B)] \wedge [\neg B \wedge ((A \vee B) \vee C)] \quad \text{Elemento Neutro}$$

$$6 \Leftrightarrow [\neg A \vee (0 \wedge \neg B)] \wedge [\neg B \wedge ((A \vee B) \vee C)] \quad \text{Distribuição}$$

$$7 \Leftrightarrow [\neg A \vee 0] \wedge [\neg B \wedge (A \vee B \vee C)] \quad \text{Elemento Absorvente}$$

$$8 \Leftrightarrow \neg A \wedge [\neg B \wedge (A \vee B \vee C)] \quad \text{Elemento Neutro}$$

$$9 \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B \wedge (A \vee B \vee C) \quad \text{Associação}$$

Esta fórmula CNF ainda pode ser simplificada

$$10 \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B \wedge A) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \quad \text{Distribuição}$$

Esta fórmula já está na forma DNF, mas pode ser simplificada

$$11 \Leftrightarrow 0 \vee 0 \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \quad \text{Contradição (e Ass e Com)}$$

$$12 \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B \wedge C \quad \text{Elemento Neutro}$$

Esta fórmula já está na forma CNF (conjunção de 3 cláusulas com 1 literal cada), não podendo ser simplificada.

De igual forma já está em DNF (1 só monómio com 3 literais) não podendo ser simplificada.